

Quadratische Funktionen • Anwendungen Übung

1. Ein Wasserbogen aus der Düse eines Wasserschlauchs besitzt gegenüber dem Erdboden die Form einer Parabel mit der Funktionsgleichung

$$f(x) = -0,2x^2 + 1,8x + 1,2 \text{ mit } x \geq 0.$$

Dabei befindet sich die Düse an der Stelle bei $x = 0$. Alle Angaben sind in Meter. •••

- Geben Sie die Höhe der Düse an und berechnen Sie die Stelle, an dem das Wasser auf den Boden auftrifft, auf cm genau.
 - Ermitteln Sie die Höhe des Wasserbogens.
 - Skizzieren Sie den Wasserbogen in ein Koordinatensystem.
2. Die quadratische Funktion $G(x)$ gibt den Gewinn eines Unternehmens in Abhängigkeit von der hergestellten Menge x an. Bei 25 Mengeneinheiten (ME) ist der Gewinn Null, für 75 ME ist der Gewinn maximal. Er beträgt dann 20 000 €. Bestimmen Sie den Funktionsterm von $G(x)$. Geben Sie auch an, welchen Verlust das Unternehmen macht, wenn nichts produziert wird. •••

3. Ein Bogenschütze schießt einen Pfeil senkrecht in die Höhe. Die Höhe h des Pfeils in Metern in Abhängigkeit von der Zeit $t \geq 0$ (in Sekunden) wird beschrieben durch

$$h(t) = -5t^2 + 50t + 2.$$

•••

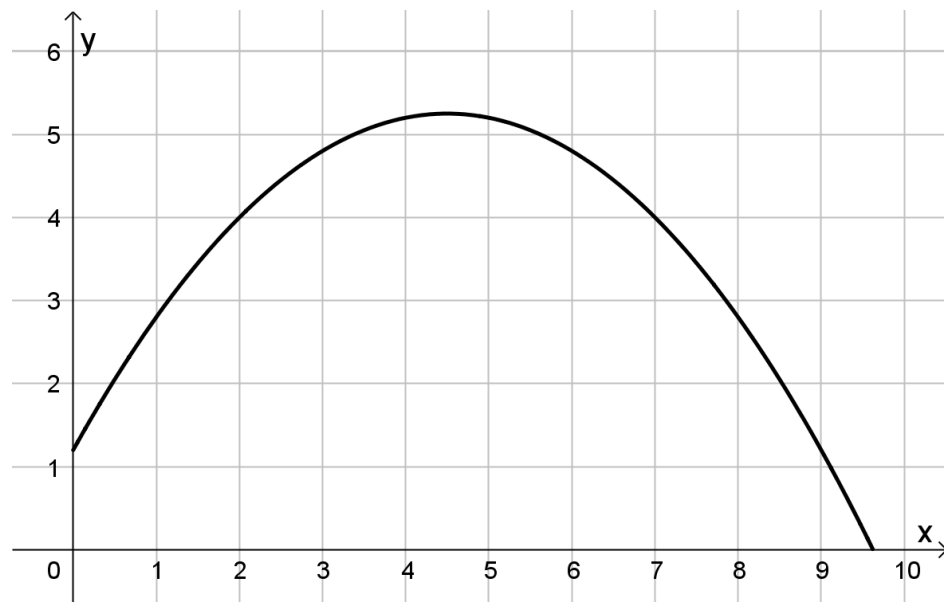
- Welche Höhe hat der Pfeil nach $t_1 = 1$ s und nach $t_2 = 3$ s?
- Lösen Sie die Gleichung $h(t) = 0$ und erläutern Sie die Bedeutung der Lösungen.
- Berechnen Sie die maximale Höhe, die der Pfeil erreicht.
- Zeichnen Sie den Graphen von $h(t)$ mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse.

Quadratische Funktionen • Anwendungen

Lösung

1.

- a) Die Höhe der Düse befindet sich bei $f(0) = 1,2$, also in 1,2 m Höhe über dem Boden.
Die Lösungen der Gleichung $f(x) = 0$ liegen bei $x_1 = \frac{9-\sqrt{105}}{2} \approx -0,62$ und $x_2 = \frac{9+\sqrt{105}}{2} \approx 9,62$. Dabei ist x_1 wegen $x \geq 0$ keine sinnvolle Lösung. Der Wasserbogen trifft in rund 9,62 m horizontaler Entfernung auf dem Boden auf.
- b) Es muss der Scheitelpunkt der Parabel berechnet werden.
 $x_S = \frac{-1,8}{2 \cdot (-0,2)} = 4,5$ und $f(4,5) = 5,25$.
Die Höhe des Bogens beträgt 5,25 m.
- c) Mit den berechneten Werten und z.B. den Funktionswerten $f(2) = 4$ sowie $f(7) = 4$ kann der Wasserbogen ausreichend genau skizziert werden.



2. Der höchste Punkt der Funktion liegt im Scheitel bei $S(75; 20000)$.
 G ist quadratisch, besitzt demnach die Scheitelform $G(x) = a(x - 75)^2 + 20\,000$.
Wegen $G(25) = 0$ erhält man durch Einsetzen $a(50 - 75)^2 + 20\,000 = 0$, also $a = -8$.
 $G(x) = -8(x - 75)^2 + 20\,000$ bzw. $G(x) = -8x^2 + 1\,200x - 25\,000$.
Mit $G(0) = -25\,000$ erhält man den Verlust von 25 000 € bei stillstehender Produktion.

3.

a) $h(1) = 47 \text{ (m)}$, $h(3) = 107 \text{ (m)}$

b) Es ergeben sich die Lösungen $t_1 \approx -0,04 \text{ (s)}$ und $t_2 \approx 10,04 \text{ (s)}$. Dabei ist die erste Lösung irrelevant, da negativ. Die zweite Lösung gibt die Zeit an, bis der Pfeil wieder auf dem Boden eintrifft. Diese beträgt etwas mehr als 10 Sekunden.

c) $t_S = \frac{-50}{2 \cdot (-5)} = 5$ und $h(5) = 127 \text{ (m)}$

Der Pfeil erreicht eine Höhe von 127 m.

d)

